

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА

Горбань А. Н.

*Горбань Анатолий Николаевич / Gorban Anatoliy Nikolaevich - учитель физики,
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
Червоновская средняя общеобразовательная школа–детский сад
Нижегородского района Республики Крым,
заслуженный учитель Автономной Республики Крым,
с. Новоивановка, Нижегородский район, Республика Крым*

Аннотация: в статье описан один из возможных способов создания компьютерной модели явления радиоактивного распада, позволяющий при помощи средств современных информационно-компьютерных технологий виртуально провести и детально исследовать распад и, опираясь на результаты этого эксперимента, установить статистический характер (вероятностную природу) закона радиоактивного распада. Статья будет полезна как для средней, так и высшей школы как пример моделирования конкретного физического явления. Статья может быть базовой для проведения лабораторной (практической) работы в учебных заведениях, изучающих физику и компьютерные технологии (программирование).

Ключевые слова: явление радиоактивного распада, закон радиоактивного распада, период полураспада, компьютерная модель радиоактивного распада, программа радиоактивного распада.

В 1903 г. Резерфорд, исследуя со своими сотрудниками преобразования радиоактивных веществ, пришел к выводу, что их активность со временем уменьшается. Экспериментально было установлено следующее:

1) Активность пропорциональна массе радиоактивного вещества.

2) Для одного и того же радиоактивного вещества наблюдается снижение активности в 2 раза через строго определенный промежуток времени, причем это время не зависит от состояния вещества, давления, температуры и любых других его параметров. Для характеристики скорости снижения активности радиоактивного вещества были введены понятия периода полураспада T - времени, на протяжении которого распадается половина из имеющегося в начале количества радиоактивных атомов.

3) Скорость снижения активности у разных радиоактивных веществ разная.

Совместно с Фредериком Содди Э. Резерфорд экспериментально установил зависимость, согласно которой в образце со временем происходит уменьшение количества радиоактивных атомов. Она имеет следующий вид:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \quad (1)$$

где N_0 – начальное количество атомов;

T – период полураспада;

t – промежуток времени от начала наблюдения;

N – количества атомов, оставшихся спустя время t .

Формулу (1) называют законом радиоактивного распада. Следует иметь в виду, что в микромире, где объекты одного сорта по всем своим свойствам абсолютно одинаковы и их в принципе невозможно отличить друг от друга, действуют статистические, т. е. возможные законы, в соответствии с которыми распад конкретного атома является случайным событием, которое невозможно предусмотреть. Атомы ни в каком смысле не «стареют» в процессе своего существования. Для них существует лишь понятие среднего времени жизни τ ($\tau=1,44T$), но не существует понятия возраста. По аналогии можно заметить, что подобная ситуация имела бы место для среднего возраста человека, если бы люди не старели, а погибали только от несчастных случаев [1, 209].

Критерием истины, как известно, является практика. Это в полной мере касается физики как экспериментальной науки. В условиях, когда по понятным причинам повторить опыты Резерфорда в не специализированном учебном заведении, а значит, экспериментально доказать или опровергнуть теоретически выведенную зависимость $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ невозможно, особую ценность для более глубокого и наглядного изучения явления радиоактивного распада имеет компьютерный эксперимент, с помощью которого можно смоделировать это явление. Для его проведения необходимо создать компьютерную модель радиоактивного распада и программу и, проведя ряд виртуальных экспериментов, исследовать, как соблюдается радиоактивный закон распада при разных начальных условиях.

Построение компьютерной модели проводится в соответствии с общепринятыми этапами моделирования:

1. Постановка задачи. Дано определенное количество радиоактивных атомов N ($N \geq 1$, целое число) с периодом полураспада T . Найти: сколько атомов M останется после каждого периода полураспада с 1-го по 10-й включительно.

2. Построение модели. Распад или нераспад радиоактивных атомов – это события случайные и равновозможные, которые могут произойти с каждым атомом за время периода их полураспада. Если в соответствие с этими событиями поставить генерированную ПК случайным и равновозможным образом последовательность целых чисел, в которой четное число будет интерпретироваться как не распад радиоактивного атома, а нечетное – как факт его распада, то это дает возможность создать компьютерную модель явления радиоактивного распада и с помощью ПК всесторонне исследовать его.

3. Разработка алгоритма. Блок-схема алгоритма исследования явления радиоактивного распада для 10 периодов полураспада, записанного с помощью базовых структур, может иметь следующий вид:

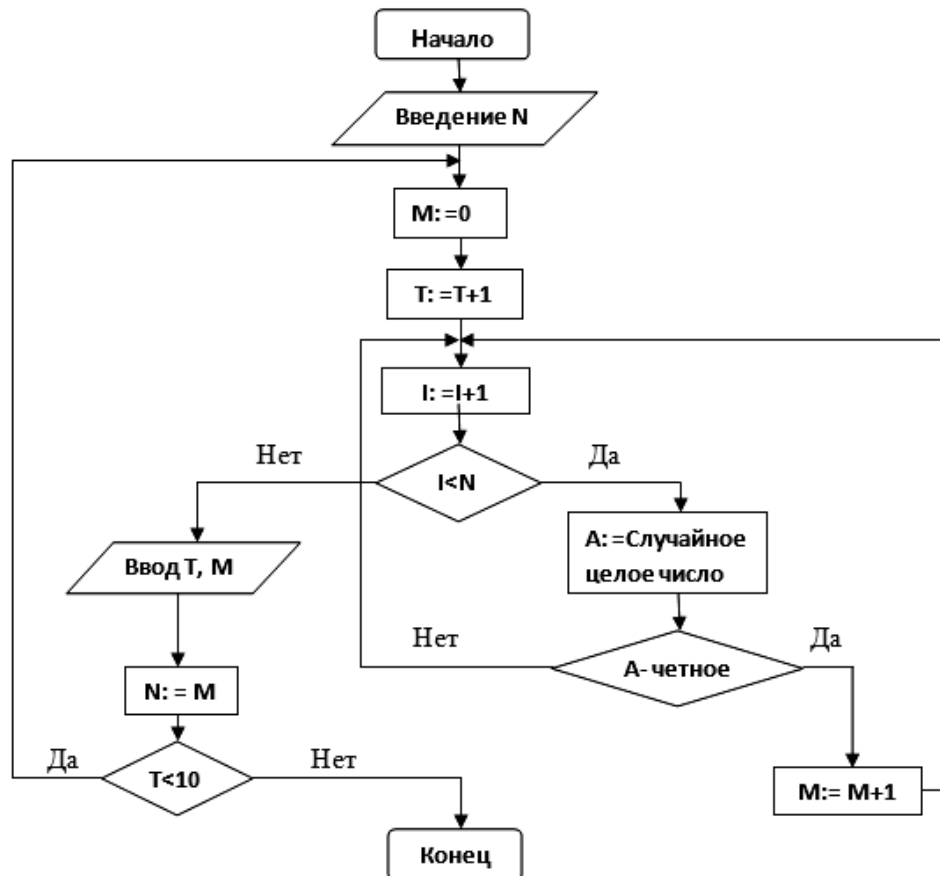


Рис. 1. Блок-схема алгоритма

Примечание: N – начальное количество радиоактивных атомов;

M – количество радиоактивных атомов, оставшихся спустя промежуток времени, равный целому числу периодов полураспада (T , $2T$, $3T$, ..., $10T$);

$T := T + 1$ – счетчик количества периодов полураспада;

$I := I + 1$ – счетчик количества радиоактивных атомов;

$M := M + 1$ – счетчик, подсчитывающий количество радиоактивных атомов из всего начального их количества N , которые не распались за время текущего периода полураспада T ;

$A := \text{Случайное целое число}$ – действие, которое обеспечивает генерацию ПК целого случайного числа;

$A - \text{Четное}$ – условие четности числа A (если A – четное, т. е. выполняется указанное условие, то это интерпретируется в алгоритме как не распад I -го атома и при выполнении этого условия срабатывает счетчик $M := M + 1$);

$T < 10$ – условие, ограничивающее время 10-ю периодами полураспада;

$N := M$ – действие, обеспечивающее исследование на распад количества радиоактивных атомов M , оставшихся спустя промежутки времени, кратные T , $2T$, $3T$, ..., $10T$;

$M := 0$ – действие, «обнуляющее» счетчик не распавшихся атомов $M := M + 1$ перед началом очередного циклического их исследования на распад.

4. Создание, настройка и тестирование программы на языке программирования (например: QBASIC, TurboPASCAL или другом), проведение компьютерного эксперимента.

Блок-схема приведенного выше алгоритма, записанная на языке QBASIC, т. е. программа, будет иметь следующий вид:

```
10 REM  zacon_radioaktivnogo_raspada           {Заголовок}
20 CLS                                           {Очистка экрана}
30 INPUT N           {Ввод исходного количества радиоактивных атомов N}
40 PRINT "t, nT", "M"           {Вывод заголовков колонок результатов}
50 RANDOMIZE           {Запуск генератора случайных чисел}
60 T=T+1           {Счетчик количества периодов полураспада}
70 M=0;           {«Обнуление» счетчика не распавшихся атомов перед началом
                  следующего периода полураспада}
80 FOR I=1 TO N           {Перебор атомов в цикле с 1-го по N-ый}
90 A=FIX(65533*RND(1))           {Генерация случайного целого числа A в
                                диапазоне [0,65533]}
100 IF A/2=A\2 THEN M=M+1           {Условие четности числа A и счетчик
                                    M=M+1 не распавшихся атомов}
110 NEXT I           {Переход к исследованию на распад следующего I-го атома}
120 PRINT T; " T ", M           {Вывод результатов}
130 N=M           {Количество не распавшихся (оставшихся) атомов}
140 IF T<10 THEN GOTO 60 ELSE 150 {Ограничение для количества
                                периодов}
150 END                                           {Конец программы}
```

Открыв файл QBASIC.EXE интегрированной среды QBASIC и набрав в нем приведенную выше программу, настроив и протестировав ее, можно провести виртуальный эксперимент по исследованию явления радиоактивного распада.

Соответствующая программа на языке TurboPASCAL будет иметь такой вид:

```
program zacon_radioaktivnogo_raspada;           {Заголовок}
uses crt;           {Использование модуля функций и процедур CRT}
var           {Раздел описания переменных}
  T,A: integer;           {T - счетчик периодов полураспада, A - случайное число}
  N,I,M: real;           {N - исходное количество атомов, I - счетчик атомов, M -
                        количество не распавшихся атомов}
begin           {Начало раздела операторов}
  ClrScr;           {Очистка экрана}
  Readln(N);           {Ввод исходного количества радиоактивных атомов N}
  Writeln('n,M');           {Вывод заголовков колонок результатов}
  Randomize;           {Запуск генератора случайных чисел}
  for T:=1 to 10 do           {Цикл с 1-го по 10-ый периоды полураспада T}
  begin           {Начало составного оператора}
    while I<N do           {Проверка условия при входе в цикл}
    begin           {Начало составного оператора}
      A:=random(65534);           {Генерация случайного целого числа A в
                                диапазоне [0,65533]}
      if A mod 2=0 then           {Условие четности числа A}
        M:=M+1;           {Подсчет не распавшихся атомов}
        I:=I+1;           {Переход к исследованию следующего I-го атома}
      end;           {Конец составного оператора}
      Writeln(T,'T',M:2:0);           {Вывод результатов}
      N:=M;           {Количество не распавшихся (оставшихся) атомов}
      M:=0;           {«Обнуление» счетчика не распавшихся атомов перед
                        началом следующего периода полураспада}
      I:=0;           {«Обнуление» счетчика текущего числа атомов перед началом
                        следующего периода полураспада}
    end;           {Конец составного оператора}
  readkey;           {Задержка экрана}
end.           {Конец раздела операторов и всей программы}
```

5. Выполнение программы. Какое же количество радиоактивных атомов надо ввести в программу, чтобы получить достаточную статистическую точность эксперимента?

Как известно из основ статистики, статистическую точность эксперимента в процентах определяет так называемая относительная ошибка Δ , которая находится по формуле

$$\Delta = \frac{100\%}{\sqrt{N}} \quad (2)$$

где $\bar{N}$ – среднее количество атомов в опыте [1, 213]. Поэтому возникает вопрос: какое количество радиоактивных атомов необходимо ввести в программу, чтобы получить достаточную статистическую точность при исследовании виртуального радиоактивного распада?

Для ответа на этот вопрос надо учитывать, что при изучении явления радиоактивного распада в лабораторных условиях достаточно 0,01 мг (10^{-8} кг) вещества [1, 680]. Поскольку количество атомов (молекул) может быть вычислено по формуле: $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$ (где m – масса вещества, N_A – число Авогадро, M – молярная (атомарная) масса), то, подсчитав, например, количество атомов в 0,01 мг $^{235}_{92}\text{U}$, получим:

$$N = \frac{10^{-8} \text{ кг} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{235 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \approx 2,6 \cdot 10^{16}.$$

При числах такого порядка из-за ограниченной тактовой частоты ЦП ПК время обработки данных будет неприемлемо большим, поэтому можно ограничиться исследованием явления при N порядка 10^7 , что уже позволит выяснить характер явления радиоактивного распада. При этом время обработки данных программой будет приблизительно 5 мин, а относительная ошибка Δ , вычисленная по формуле (2), незначительной.

Введя $N_0 = 16777216$ (2^{24}) и 16 384 (2^{14}) и выбрав 0 в качестве аргумента функции Randomize (возможно выбрать любое число из интервала от –32768 до 32767) в QBASIC, получим такие результаты:

Таблица 1. Результаты виртуального распада при $N_0 = 16777216$ (2^{24}) и 16 384 (2^{14})

?	16777216	?	16 384
nT	M	nT	M
1T	8388722	1T	8193
2T	4193922	2T	4152
3T	2095942	3T	2067
4T	1048511	4T	1049
5T	524898	5T	523
5T	262566	6T	261
7T	31125	7T	127
8T	65895	8T	65
9T	32969	9T	25
10T	16457	10T	14

Чтобы вычислить статистическую точность эксперимента достаточно провести еще, например 5 виртуальных серий радиоактивных распадов, введя для экономии времени расчетов начальное количество радиоактивных атомов $N_0 = 1000000$ и выбрав –2, –1, 0, 1 и 2 (возможно любое число из диапазона от –32768 до 32767) в качестве аргумента Randomize. Время обработки программой этих данных при их вводе будет приблизительно 20 секунд для каждой серии, общее время всех 5 серий – не более чем 8–10 мин, с учетом времени для первой серии – не более чем 15 мин.

Получим такие результаты:

Таблица №2. Результаты 5 серий радиоактивных распадов при начальном количестве радиоактивных атомов $N_0 = 1000000$

?	1000000	?	1000000	?	1000000	?	1000000	?	1000000
?	-2	?	-1	?	0	?	1	?	2
nT	M	nT	M	nT	M	nT	M	nT	M
1T	498550	1T	500296	1T	499693	1T	500494	1T	499139
2T	249309	2T	250225	2T	250529	2T	250091	2T	249245
3T	124885	3T	124715	3T	125342	3T	125298	3T	124505
4T	62433	4T	62292	4T	62341	4T	62914	4T	62111
5T	31326	5T	31077	5T	31084	5T	31490	5T	31324
6T	15782	6T	15623	6T	15316	6T	15711	6T	15656
7T	7888	7T	7798	7T	7759	7T	7909	7T	7871
8T	33916	8T	3947	8T	3892	8T	3914	8T	3970
9T	1935	9T	1968	9T	1926	9T	1943	9T	2035
10T	950	10T	973	10	951	10T	944	10T	1036

Результаты виртуального компьютерного эксперимента, проведенного в среде Turbo PASCAL, будут аналогичными полученным в QBASIC, а именно:

Таблица 3. Результаты виртуального компьютерного эксперимента в среде Turbo PASCAL

? 16384	? 16777216	?1000000	?1000000	?1000000	?1000000	?1000000
nT M	nT M	nT M	nT M	nT M	nT M	nT M
1T 8184	1T 8388501	1T	1T	1T	1T	1T
2T 4115	2T 4194366	500498	500687	498823	500536	499687
3T 2063	3T 2097048	2T	2T	2T	2T	2T
4T 1000	4T 1047527	250469	250244	249112	220055	250245
5T 488	5T 524057	3T	3T	3T	3T	3T
6T 231	6T 262372	125262	125050	124366	125540	125476
7T 128	7T 131480	4T 62305	4T 62592	4T 62182	4T 62817	4T 62924
8T 63	8T 65774	5T 31097	5T 31499	5T 31135	5T 31434	5T 31650
9T 31	9T 32927	6T 15589	6T 15687	6T 15521	6T 15836	6T 15828
10T 15	10T 16539	7T 7815	7T 7864	7T 7773	7T 8028	7T 7882
		8T 3905	8T 3908	8T 3921	8T 3938	8T 3920
		9T 1959	9T 1947	9T 1965	9T 2039	9T 1924
		10T 988	10T 987	10T 980	10T 1045	10T 951

Используя возможности ТП Excel, по экспериментально полученным результатам (Таблица №1) можно построить график зависимости количества оставшихся радиоактивных атомов N (ось ординат) от времени t радиоактивного распада в периодах полураспада T (ось абсцисс), т. е. экспериментальную графическую зависимость $N = f(N_0, t) = f(N_0, nT)$ для первой серии ($N_0=16777216$), экспортировав в Excel данные, полученные в результате виртуального эксперимента в среде QBASIC (анализ результатов, полученных в Turbo PASCAL, проводится аналогично). График будет иметь следующий вид:

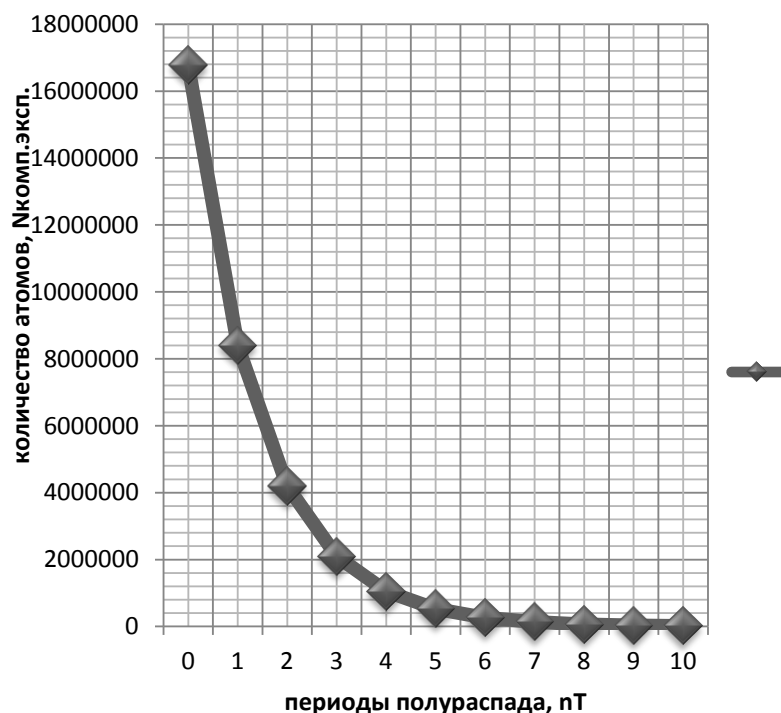


Рис. 2. График радиоактивного распада

Полученный график полностью совпадает с графиком экспоненциальной функции $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ и тем, который можно построить в УП GRAN1, приняв: $N_0=1$ усл. ед., а в диалоговом окне $f +$ (ввод выражения зависимости) ввести: $y(x)=2^{(-x)}$; $A = 0$; $B = 10$), что подтверждает правильность работы программы и реальность полученных результатов.

Анализируя полученные результаты, можно прийти к выводу №1: количество остающихся атомов после каждого периода полураспада уменьшается приблизительно в два раза (что и должно наблюдаться, т.к. это вытекает из определения периода полураспада). Причем это отношение тем точнее равняется 2, чем большее количество атомов исследуется. Этот вывод подтверждается расчетами как с

использованием данных первой серии распадов при $N_0 = 16777216$ (2^{24}): $\frac{16777216}{8388722} = 1,999973$; $\frac{8388722}{4193922} = 2,000209$; $\frac{4193922}{2095947} = 2,000968$ и т. д., так и данных других проведенных серий.

Чтобы сравнить, как *зависит* от начального количества атомов *относительная погрешность* ε между количеством атомов, оставшихся во время проведения виртуального эксперимента $N_{\text{эксп}}$, от их теоретического количества $N_{\text{теор}}$, вычисленного по формуле (1), необходимо импортировать полученные данные из таблицы №1 в ТП Excel и вычислить ε по формуле: $\varepsilon = \frac{|N_{\text{теор}} - N_{\text{эксп}}|}{N_{\text{теор}}} \cdot 100\%$.

В результате получим таблицы № 4 и № 5 с такими результатами:

Таблица 4. Значение погрешностей ε и $\varepsilon_{\text{ср}}$ при $N_0 = 16384$

Число периодов полураспада	$N_{\text{теоретическое}}$	$N_{\text{комп.эксперим}}$	$\varepsilon, \%$	$\varepsilon_{\text{ср}}, \%$
0	16384	16384		
1	8192	8193	0,012207	
2	4096	4152	1,367188	
3	2048	2067	0,927734	
4	1024	1049	2,441406	
5	512	523	2,148438	4,244385
6	256	261	1,953125	
7	128	127	0,781250	
8	64	65	1,562500	
9	32	26	18,75000	
10	16	14	12,50000	

Таблица 5. Значение погрешностей ε и $\varepsilon_{\text{ср}}$ при $N_0 = 16777216$

Число периодов полураспада	$N_{\text{теоретическое}}$	$N_{\text{комп.эксперим}}$	$\varepsilon, \%$	$\varepsilon_{\text{ср}}, \%$
0	16777216	16777216		
1	8388608	8388722	0,00136	
2	4194304	4193922	0,00911	
3	2097152	2095947	0,05746	
4	1048576	1048511	0,00620	
5	524288	524898	0,11635	0,199864
6	262144	262566	0,16098	
7	131072	131125	0,04044	
8	65536	65895	0,54779	
9	32768	32969	0,61340	
10	16384	16457	0,44556	

Анализируя данные таблиц № 4 и № 5, можно прийти к **выводу №2: относительная погрешность ε , т. е. расхождение между теоретическими и экспериментальными данными тем меньше, чем большее исходное количество радиоактивных атомов задействовано в виртуальном радиоактивном распаде.**

Как уже было отмечено, в статистике точность исследований определяют относительной ошибкой Δ , которая находится по формуле $\Delta = \frac{100\%}{\sqrt{N}}$, где $\bar{N}$ – среднее количество атомов в опыте. Чтобы провести более детальный количественный анализ полученных результатов последних 5-ти серий (таблица №2), необходимо их также экспортировать в ТП Excel и, используя его возможности, вычислить относительную ошибку Δ этих серий экспериментов для каждого момента времени t , кратного периоду полураспада T . В результате получим следующую таблицу:

Таблица 6. Значения относительной ошибки Δ при $N_0 = 1000000$ для периодов полураспада с 1-го по 10-й

t, nT	$N_{\text{к.эксп}}(-2)$	$N_{\text{к.эксп}}(-1)$	$N_{\text{к.эксп}}(0)$	$N_{\text{к.эксп}}(1)$	$N_{\text{к.эксп}}(2)$	Относительная ошибка $\Delta, \%$
0	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	
1	498550	500296	499693	500494	499139	0,14
2	249309	250225	250529	250091	249245	0,20
3	124885	124715	125342	125298	124505	0,28
4	62433	62292	62341	62914	62111	0,40

5	31326	31077	31084	31490	31324	0,57
6	15782	15623	15316	15711	15656	0,80
7	7888	7798	7759	7909	7871	1,13
8	3916	3947	3892	3914	3970	1,60
9	1935	1968	1926	1943	2034	2,26
10	950	973	951	944	1036	3,21

Анализируя результаты можно прийти к **выводу № 3: относительная ошибка исследований тем меньше, чем большее количество радиоактивных атомов исследуется.**

Учитывая выводы № 1, № 2 и № 3 можно с уверенностью утверждать: **закон радиоактивного распада** $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ **имеет вероятностную природу (статистический характер)**, т. к. расхождение между теоретическими расчетами и результатами виртуального компьютерного эксперимента тем меньше, чем больше радиоактивных атомов (ядер) принимает участие в радиоактивном распаде.

Список литературы

1. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. М. Наука, 1980.